

**Proposition de thèse en co-direction**  
**(bourses co-financées Ecole des Ponts ParisTech-CNRS Libanais)**

Analyse d'un modèle élasto-visco-plastique  
prenant en compte la dynamique des dislocations

Directeur de thèse : R. Monneau (CERMICS)

Co-directeurs de thèse R. Talhouk et H.Ibrahim (Université libanaise)

Les métaux sont des matériaux élasto-viscoplastiques. Le comportement mécanique des métaux est en grande partie conséquence de la présence de défauts à l'échelle microscopique, appelés dislocations (cf. [2]). Ces dislocations bougent dans le métal lorsque celui-ci est soumis à des contraintes extérieures. Le mouvement et la création de dislocations est un phénomène irréversible. C'est la raison pour laquelle les métaux sont des matériaux à mémoire (voir par exemple [1]).

D'un point de vue mathématique, ces métaux sont communément décrits par les équations de l'élasticité couplées à des variables internes qui décrivent l'état des défauts dans le matériau. Ces variables internes suivent des lois simples décrites par des équations différentielles ordinaires (à comparer à [4] dans lequel des lois constitutives différentielles sont utilisées). Ce n'est que très récemment que des lois physiques ont été incorporées dans les modèles de mécanique. Pour des avancées dans cette direction nous renvoyons à [2] et aux travaux de ces auteurs.

Dans une première partie de cette thèse, on s'intéressera à un modèle élasto-viscoplastique simplifié en dimension 1, prenant en compte les modélisations physique récentes de la dynamique des dislocations (cf. par exemple [3] dans le cas de déformations uniformes en espace). L'objectif ici sera d'obtenir des **résultats d'existence et d'unicité de solutions en temps long**.

Dans une seconde partie de la thèse, les modèles 2D et 3D correspondants seront étudiés pour des lois simples de variables internes. Là encore **un résultat d'existence (et éventuellement d'unicité) sera recherché**. Un **schéma numérique** pour le calcul des solutions sera aussi proposé et analysé.

## Références

- [1] H.-D. Alber,  
Materials with Memory, Initial-Boundary Value Problems for Constitutive Equations with  
Internal Variables,  
Series : Lecture Notes in Mathematics, Vol. 1682, (1998).
- [2] B. Devincre, T. Hoc, L. Kubin,  
Dislocation mean free paths and strain hardening of crystals,  
Science 320 (2008), 1745-1748.
- [3] A. El Hajj, R. Monneau,  
Global continuous solutions for diagonal hyperbolic systems with large and monotone data,  
Journal of Hyperbolic Differential Equations 7 (1) (2010), 1-26.
- [4] C. Guillopé, A. Hakim, R. Talhouk,  
Existence of steady flows of slightly compressible viscoelastic fluids of White-Metzner type  
around an obstacle ,  
Commun. Pure Appl. Anal. 4 (2005), no. 1, 23-43.