

# TESTS DE RACINES UNITAIRES ET PERFORMANCE PREVISIONNELLE DES MODELES AR: APPLICATION SUR LES VARIABLES DU TRANSPORT EN FRANCE

**Mahmoud Mourad**

Faculté des Sciences Economiques et de Gestion , Section I, Branche Nabatieh,  
Université Libanaise, Liban  
fmmourad@yahoo.fr

(Received 15 September 2004 - Accepted 29 September 2005)

## **RESUME**

*Ce papier examine la nature de la non-stationnarité dans vingt-cinq séries mensuelles qui couvrent les différents secteurs du transport en France. Des tests de racines unitaires ont été utilisés pour discriminer la nature déterministe ou stochastique de la tendance et de la saisonnalité. Une sensibilité dans les réponses de la procédure DHF a été manifestée si nous varions l'ordre  $p$  de 12 à 24. Ces réponses quelquefois contradictoires ont conduit à considérer quatre types de modèles autorégressifs (AR) incluant tendance et / ou saisonnalité. L'ordre AR optimal pour les différentes séries a été identifié en utilisant les critères automatiques FPE, AIC, BIC et HQ. La performance prévisionnelle de modèles estimés a été mesurée à l'aide des critères RMSE (Mean Root Square Error) et MAPE (Mean Absolute Percentage Error). Parmi les modèles AR choisis, il y a huit séries chronologiques pour une saisonnalité déterministe, sept pour une saisonnalité stochastique, cinq pour une tendance et une saisonnalité déterministes et enfin cinq séries chronologiques pour une tendance et une saisonnalité stochastiques.*

**Mots-clés** : non-stationnarité, déterministe, stochastique, saisonnalité, tendance, prévisions

## **ABSTRACT**

*This paper examines the nature of the non-stationarity in twenty-five monthly time series that cover the different sectors of the transportation in France. Tests of unit roots have been used to discriminate the deterministic or stochastic of the trend and the seasonality. A sensitivity in the answers of the DHF procedure has been demonstrated if we vary the AR order  $p$  of 12 to 24. These answers sometimes contradictory drive us to consider four types of autoregressive models (AR) including trend and / or seasonal factor. The optimal order for the different models has been identified while using the automatic criteria FPE, AIC, BIC and HQ. The prediction performance of the estimated models has been measured with the help of the RMSE (Mean Root Square Error) and MAPE (Mean Absolute Percentage Error) criteria. Among the AR models chosen, there are eight time series having a deterministic seasonal factor, seven for a stochastic seasonal factor, five for a deterministic*

*trend and seasonal factors and finally five time series for a stochastic trend and seasonal factors.*

**Keywords:** non-stationarity, deterministic, stochastic, seasonality, trend , forecasts

## INTRODUCTION

La spécification de la non-stationnarité dans les séries macro-économiques constituent la première étape dans l'analyse des prévisions. Les résultats obtenus par Nelson et Plosser (1982) ont accentué la distinction entre les séries TS (stationnaire autour de la tendance) et DS (stationnaire après une différence première)<sup>1</sup>. Etant donné que beaucoup de séries économiques contiennent des composantes saisonnières, le choix entre une saisonnalité déterministe et une autre stochastique est d'une grande importance dans l'évaluation des prévisions. La saisonnalité déterministe dans une série temporelle  $X_t$  est mesurée par des variables indicatrices saisonnières indiquant l'évolution systématique des observations d'une saison à l'autre. De plus, un choc à un moment donné dans l'histoire de  $X_t$  a un effet temporaire et il ne change pas le comportement général des prévisions. Par contre, une série d'une saisonnalité stochastique a une variance liée au temps et par conséquence la variance de l'erreur des prévisions est non constante<sup>2</sup>. Cela exige le filtre  $(1-B^s)$  pour rendre stationnaire la série en question ( $s$  est la saison et  $B$  est l'opérateur de retard). Hasza et Fuller (1982), Dickey, Hasza et Fuller (1984) (en abrégé DHF) sont parmi les premiers qui ont proposé un test permettant de détecter la présence d'une racine unitaire saisonnière.<sup>3</sup> Des applications intéressantes ont été effectuées en utilisant cette procédure, à titre d'exemple, nous citons Osborn *et al.* (1988) et Tavéra (1991).

En pratique, il est courant qu'une série chronologique exige à la fois un traitement de la tendance et de la saisonnalité. Deux approches connues sont proposées : la première proposée par Box et Jenkins (1970) consiste à éliminer la tendance et la saisonnalité en utilisant le filtre multiplicatif  $(1-B) \times (1-B^s)$ . Cela signifie que la série a deux racines unitaires de fréquence 0. La seconde approche suppose la présence déterministe de la tendance et de la saisonnalité et par suite elle consiste à introduire dans le modèle de  $X_t$ , une tendance linéaire et des variables indicatrices saisonnières<sup>4</sup>. On signale qu'une méthode a été proposée par Franses (1991) pour tester les racines unitaires saisonnières dans des séries mensuelles. C'est une extension de la méthode HEGY proposée par Hylleberg *et al.* (1990) et qui a été destinée pour tester la présence des racines unitaires dans des séries trimestrielles<sup>5</sup>. La procédure proposée par Franses incite à choisir entre deux types de modèles en données mensuelles : le premier type est préconisé par Box et Jenkins, cité ci-dessus, et le second type considère une série en différence première, puis une modélisation AR en incluant dans cette régression, une constante et 11 variables indicatrices saisonnières.

<sup>1</sup> Voir Dickey *et al.* (1986), Phillips (1987), Cressie (1988), Schmidt et Phillips (1992).

<sup>2</sup> Voir Kendall et Ord (1990).

<sup>3</sup> Les valeurs critiques aux saisonnalités d'ordre 2,4 et 12 sont fournies dans DHF (1984).

<sup>4</sup> Pour une racine unitaire saisonnière dans une série agrégée, voir Dickey (1993), Pierse et Snell (1995).

<sup>5</sup> Pour application de la méthode HEGY, voir Osborn (1990), Franses et Romijn (1993) et Ghysels *et al.* (1994).

L'analyse effectuée par Franses montre qu'une mauvaise spécification de la nature de la saisonnalité aboutit à une détérioration dans la performance des prévisions. Dans ce papier, on n'utilisera pas la procédure de Franses car on dispose de 25 séries chronologiques et la factorisation du filtre (1-B<sup>12</sup>) conduit aux calculs fastidieux.

Ce papier est organisé comme suit : dans la première section, on présente les 25 séries qui couvrent l'ensemble de l'activité du transport en France pendant la période 1983 : 1-1993 : 9 (129 observations). Dans la deuxième section, on examine la nature de la non-stationnarité c'est-à-dire, on cherche le type de la tendance et de la saisonnalité (déterministe ou stochastique) en utilisant la procédure proposée par Hasza et Fuller & Dickey, Hasza et Fuller. Dans la troisième section, on sélectionne l'ordre optimal de chaque modèle AR en se servant des critères automatiques FPE, AIC, BIC et HQ qui sont les plus répandus en pratique. Dans la quatrième section, on étudie la qualité des prévisions des différents modèles AR obtenus à l'aide des critères RMSE (Mean Root Square Error) et MAPE (Mean Absolute Percentage Error).

### LES DONNEES

Les séries étudiées couvrent les principaux indicateurs de l'activité du transport en France pendant la période 1983 : 1-1993 : 9 (129 observations). On dispose des 25 séries qui sont divisées en cinq secteurs<sup>6</sup> :

- 1- **Secteur des marchandises** : transports routiers, ferroviaires et voies navigables (tous ensemble). Dans ce secteur, on distingue aussi entre le trafic intérieur et le trafic international.
- 2- **Secteur de l'automobile** : ce secteur est divisé en trois catégories. La première concerne la production des voitures particulières, la deuxième concerne l'immatriculation des voitures neuves dont on distingue entre marques françaises et marques étrangères. La dernière classe les voitures immatriculées suivant leur moteur utilisé ( essence ou diesel).
- 3- **Secteur de la circulation routière** : on considère deux grandes catégories . La première est celle des livraisons de carburants (Gazole , essence et super) et la seconde concerne la sécurité routière (nombre des tués par accidents routiers en agglomérations et en dehors des agglomérations).
- 4- **Secteur des voyageurs** : ce sont les voyageurs de grandes lignes SNCF dont on distingue entre le réseau principal et ses deux composantes (réseaux TGV et hors des réseaux TGV).
- 5- **Secteur de la voie aérienne** : on s'intéresse aux trois catégories. La première est les compagnies aériennes (Air France et Air Inter), la deuxième concerne le trafic des aéroports (Paris-traffic international, Paris-traffic intérieur), la troisième est en lien avec le fret aérien (Paris, aéroports régionaux) .

Dans la suite, on présente un tableau contenant les noms des séries, leurs abréviations, leurs unités, leurs autocorrélations (ACF) estimées d'ordre 12 et 24 ainsi que la source de chacune de ces séries.

### TABLEAU 1

<sup>6</sup> Il serait impossible d'utiliser une analyse multivariée en se servant du modèle VAR (Vecteur AutoRégressif) car la taille de nos séries est insuffisante pour estimer un modèle VAR d'ordre élevé. Par exemple, pour un modèle VAR(12) et pour un vecteur aléatoire de dimension 25, il faut estimer 301 paramètres par équation.

## Description des Variables

| Variables                                   | Abréviation | Unités <sup>7</sup> | ACF <sup>8</sup> |      | Source <sup>9</sup> |
|---|-------------|---------------------|------------------|------|---------------------|
|   |             |                     | 12               | 24   |                     |
| <b>1- Secteur des marchandises</b>          |             |                     |                  |      |                     |
| Transports terrestres                       | RFVN        | Mt.km               | 0.79             | 0.62 | OEST                |
| Trafic intérieur                            | TINTR       | Mt.km               | 0.79             | 0.63 | OEST                |
| Trafic international                        | TINT        | Mt.km               | 0.71             | 0.58 | OEST                |
| Transports routiers                         | TRM         | Mt.km               | 0.79             | 0.59 | OEST                |
| Transports ferroviaires                     | SNCF        | Mt.km               | 0.61             | 0.44 | SNCF                |
| Voies navigables                            | VOINA       | Mt.km               | 0.32             | 0.23 | VNF                 |
| <b>2- Secteur de l'automobile</b>           |             |                     |                  |      |                     |
| Production                                  | AUTO        | Milliers            | 0.60             |      | CCFA                |
| Immatriculations neuves                     | IVN         | Milliers            | 0.62             | 0.43 | CCFA                |
| Immatriculations françaises                 | IVNF        | Milliers            | 0.57             | 0.40 | CCFA                |
| Immatriculations étrangères                 | IVNET       | Milliers            | 0.66             | 0.45 | CCFA                |
| Moteur à essence                            | IVNE        | Milliers            | 0.53             | 0.35 | CCFA                |
| Moteur à diesel                             | IVND        | Milliers            | 0.78             | 0.54 | CCFA                |
| <b>3-Secteur de la circulation routière</b> |             |                     |                  |      |                     |
| Livraisons carburants                       | GAZOLE      | mt                  | 0.48             |      | CPDP                |
| Essence et super                            | ESSUP       | mt                  | 0.59             |      | CPDP                |
| Tués en agglomérations                      | TUEA        | victimes            | 0.48             |      | DSCR                |
| Tués hors des agglomérations                | TUEHA       | victimes            | 0.66             | 0.61 | DSCR                |
| <b>4- secteur des voyageurs</b>             |             |                     |                  |      |                     |
| Réseau principal                            | GLRP        | Mlv.km              | 0.65             |      | SNCF                |
| Hors réseaux TGV                            | HTGV        | Mlv.km              | 0.51             |      | SNCF                |
| Réseaux TGV                                 | TGV         | Mlv.km              | 0.74             | 0.41 | SNCF                |
| <b>5- Secteur de la voie aérienne</b>       |             |                     |                  |      |                     |
| Air France                                  | AF          | Mlp.km              | 0.80             | 0.65 | COMP                |
| Air Inter                                   | AINT        | Milliers            | 0.78             | 0.54 | COMP                |
| Paris, trafic international                 | PTI         | Milliers            | 0.78             | 0.57 | DGAC                |
| Paris, trafic intérieur                     | PTINT       | mt                  | 0.78             | 0.55 | DGAC                |
| Fret aérien, Paris                          | FAAP        | mt                  | 0.64             | 0.48 | DGAC                |
| Aéroports régionaux                         | FAAR        |                     | 0.65             | 0.40 | DGAC                |

## DETECTION DE LA NON-STATIONNARITE

<sup>7</sup> Mt signifie millions tonnes, mt : milliers tonnes, Mlv : milliards voyageurs, Mlp : milliards passagers.

<sup>8</sup> Les ACF estimées pour les séries brutes sont aux ordres 12 et 24. L'écart type associé est  $1/\sqrt{n} = 0.09$  (cet écart type est sous l'hypothèse nulle de bruit blanc).

<sup>9</sup> La source des nos données est la revue OEST : Observatoire Economique et Statistique des Transports. SNCF : Société Nationale des Chemins de Fer, VNF : Voie Navigable de France, CCFA : Comité des Constructeurs Français d'Automobiles, CPDP : Comité Professionnel du Pétrole, DSCR : Direction de la Sécurité et de la Circulation Routière, DGAC : Direction Générale de l'Aviation Civile.

Dans cette section, on examine d'abord la nature de la saisonnalité : déterministe ou stochastique. De plus, on considère le cas général quand la série  $X_t$  incorpore une tendance et une saisonnalité stochastiques (Processus I(1,1)) ou une tendance et une saisonnalité déterministes. La procédure DHF considère le modèle suivant :

$$X_t = a_s X_{t-s} + \sum_{i=1}^s q_i D_{it} + \sum_{i=1}^p \varphi_i (X_{t-i} - a_s X_{t-i-s}) + e_t \quad (2.1)$$

où le polynôme  $\varphi(B) = (1 - \varphi_1 B - \dots - \varphi_p B^p)$  a toutes ses racines en dehors du cercle unité, et  $e_t$  est un bruit blanc de moyenne 0 et de variance  $\sigma^2$ ,  $s$  est la saison (ici  $s = 12$ ),  $D_{it}$  est une variable indicatrice saisonnière qui correspond au mois  $i$  ( $i=1$  pour janvier, ...,  $i=12$  pour Décembre). Si  $|a_s| < 1$  alors en remplaçant  $X_t$  par  $X_t - \sum_{i=1}^s \mu_i D_{it}$ , l'équation (2.1) peut être réécrite comme suivant :

$$\Delta_s X_t = (a_s - 1) X_{t-s} + \sum_{i=1}^s (1 - a_s) \left( 1 - \sum_{i=1}^p \varphi_i \right) \mu_i D_{it} + \sum_{i=1}^p \varphi_i (X_{t-i} - a_s X_{t-i-s}) + e_t \quad (2.2)$$

où  $\theta_i = (1 - a_s) \left( 1 - \sum_{i=1}^p \varphi_i \right) \mu_i, i = 1, \dots, s$ .

Si  $|a_s| = 1$  alors la différence  $\Delta_s X_t = (1 - B^s) X_t$  est un processus autorégressif stationnaire et la non stationnarité dans  $X_t$  est due à l'intégration saisonnière. Dans ce cas, les propriétés de  $X_t$  sont similaires à celles qui sont dans le cas d'un processus I(1) traité par Dickey et Fuller (1979 ; 1981). En particulier, la variance de  $X_t$  dépend du temps. DHF suggèrent une procédure d'estimation du modèle (2.2) en deux étapes en considérant  $\hat{a}_s = 1$  comme une estimation initiale de  $a_s$  :

**a) Première étape :** On régresse  $Z_t = \Delta_s X_t$  sur  $Z_{t-1}, \dots, Z_{t-p}$  et on obtient des estimations initiales  $\hat{\varphi}_i, i = 1, \dots, p$  :

$$Z_t = \sum_{i=1}^p \varphi_i Z_{t-i} + e_t \quad (2.3)$$

Soit  $\hat{e}_t(1, \hat{\varphi}_1, \dots, \hat{\varphi}_p)$ , fonction de  $(1, \hat{\varphi}_1, \dots, \hat{\varphi}_p)$ , les résidus associés au modèle (2.3) et

$$U_{t-s} = (1 - \hat{\varphi}_1 B - \dots - \hat{\varphi}_p B^p) \times (X_{t-s} - \sum_{i=1}^p \hat{\mu}_i D_{i,t-s})$$

**b) Deuxième étape :** On régresse  $\hat{\epsilon}_t(1, \hat{\varphi}_1, \dots, \hat{\varphi}_p)$  sur  $U_{t-s}, Z_{t-1}, \dots, Z_{t-p}$ . La statistique  $t$  du coefficient de  $U_{t-s}$  est comparée avec les valeurs critiques tabulées par DHF (table 7,  $s = 12$ , taille 120). Sous le modèle (2.2), l'hypothèse nulle  $H_0 : \alpha_s = 1$ , implique que  $\theta_i = 0$  pour toute valeur de  $\mu_i$ . En pratique, les  $\mu_i$  sont estimées par les valeurs  $\hat{\mu}_i$  définies par :

$$\hat{\mu}_i = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} X_{i+(j-1)s}}{n_i + 1}$$

où  $n_i = \left\lfloor \frac{T + s - i}{s} \right\rfloor$  ;  $\lfloor x \rfloor$  signifie le plus grand entier inférieur ou égal à  $x$ ,  $T$  est la taille de la série.

La spécification de la nature de la saisonnalité (déterministe ou stochastique) est basée sur la signification de la statistique  $t_{\mu_s}$ . Dans le cas où cette statistique est non significative, le filtre  $(1-B^s)$  devient nécessaire pour produire la stationnarité. La significativité de la statistique  $t_{\mu_s}$  implique l'acceptation d'une saisonnalité déterministe dans la série en question. Pour choisir entre la nature déterministe ou stochastique de la tendance et de la saisonnalité, on considère les modèles suivants :

$$\begin{aligned} \text{a) } X_t &= xt + \sum_{i=1}^s m_i D_{i,t} + aX_{t-1} + b\Delta_s X_{t-1} + g\Delta X_{t-s} + \sum_{i=1}^p \varphi_i \Delta \Delta_s X_{t-i} + e_t \\ \text{b) } X_t &= aX_{t-1} + b\Delta_s X_{t-1} + g\Delta X_{t-s} + \sum_{i=1}^p \varphi_i \Delta \Delta_s X_{t-i} + e_t \end{aligned} \tag{2.4}$$

Les hypothèses nulles sont :

$$\begin{aligned} H_0^1 : x = 0, \mu_i = 0, i = 1, \dots, s, (a, b, g) = (1, 0, 1) \text{ en (a)} \\ H_0^2 : (a, b, g) = (1, 0, 1) \text{ en (a)} \\ H_0^3 : (a, b, g) = (1, 0, 1) \text{ en (b)} \end{aligned}$$

Sous chacune des hypothèses nulles,  $X_t$  incorpore une tendance et une saisonnalité stochastiques, c'est-à-dire,  $\Delta \Delta_s X_t$  est un processus autorégressif stationnaire. Les

statistiques du rapport de vraisemblance utilisées sont notées  $\phi_{T-p-s-4}^{s+4}$ ,  $\phi_{T-p-s-4}^{(3)}$ ,  $\phi_{T-p-3}^{(3)}$  et elles sont associées respectivement aux  $H_0^1$ ,  $H_0^2$  et  $H_0^3$ . Ces statistiques ne sont pas distribuées selon une distribution de Fisher standard et les valeurs critiques sont tabulées par Hasza et Fuller (1982) (table 5, taille > 50). On « accepte » une tendance et saisonnalité stochastiques quand  $\phi_{T-p-3}^{(3)}$  est non significative (pour un seuil de 5%) ou quand elle est significative mais  $\phi_{T-p-s-4}^{s+4}$  et  $\phi_{T-p-s-4}^{(3)}$  sont simultanément non significatives. Pour voir s'il y a une sensibilité dans les réponses des tests statistiques, on a choisi l'ordre AR maximum 12 puis 24. Dans les deux cas, on a utilisé le test de Box-Pierce-Ljung pour valider la présence d'un bruit blanc. Dans le Tableau 2, on a présenté, pour chaque variable, les valeurs calculées des différentes statistiques  $t_{is}$ ,  $\phi_{T-p-3}^{(3)}$ ,  $\phi_{T-p-s-4}^{(3)}$  et  $\phi_{T-p-s-4}^{s+4}$ .

Pour chaque variable, le degré du polynôme AR a été choisi 12 puis 24. Pour cela, pour chacune des 25 variables, on a calculé deux valeurs pour chacune des quatre statistiques : une valeur correspond à  $p = 12$  et une autre à  $p = 24$ .

Une inspection du Tableau 2 révèle de différentes réponses de la statistique  $t_{is}$  suivant les valeurs de l'ordre  $p$  (12 ou 24) du modèle AR : si  $p = 12$  alors l'hypothèse nulle  $\alpha_s = 1$  est rejetée (le seuil  $\alpha = 5\%$ ) pour les variables RFVN, TINTR, TINT, SNCF, VOINA, AUTO, IVN, IVNF, IVNET,GAZOLE, ESSUP, TUEHA, GLRP, PTINT et FAAR. Donc pour ces variables, on rejette l'intégration saisonnière. Parmi ces variables, on cite les variables AUTO, IVNET, ESSUP et TUEHA qui n'exigent pas le filtre saisonnier  $(1-B^{12})$  pour devenir stationnaires et ceci pour  $p = 12$  et 24. Les 11 autres variables exigent le filtre saisonnier pour  $p = 24$ , c'est-à-dire, on constate deux réponses contradictoires dans la statistique  $t_{is}$  suivant les deux valeurs de  $p$ . Les 10 autres variables : TRM, IVNE, IVND, TUEA, HTGV, TGV, AF, AINT, PTI et FAAP incorporent une saisonnalité stochastique pour  $p=12$  ou 24.

En observant les statistiques  $\phi_{T-p-3}^{(3)}$ ,  $\phi_{T-p-s-4}^{(3)}$  et  $\phi_{T-p-s-4}^{s+4}$ , et pour  $p = 24$ , on constate que le filtre multiplicatif  $(1-B)(1-B^{12})$  est accepté pour l'ensemble des variables à l'exception des variables VOINA, TUEA et TUEHA qui incorporent une tendance et une saisonnalité déterministes. Pour  $p = 12$ , on rejette l'hypothèse nulle selon laquelle il y a une tendance et une saisonnalité stochastiques, pour les variables SNCF, VOINA, IVNE, ESSUP, TUEA, TUEHA, PTI et FAAR. Les 17 autres variables exigent le filtre  $(1-B)(1-B^{12})$  pour devenir stationnaires.

**TABLEAU 2**  
**Résultats des Tests sur les 25 Variables**

| Variables | $t_{is}$           | $\phi_{T-p-3}^{(3)}$ | $\phi_{T-p-s-4}^{(3)}$ | $\phi_{T-p-s-4}^{s+4}$ |
|-----------|--------------------|----------------------|------------------------|------------------------|
| RFVN      | -5.93 <sup>a</sup> | 3.50 <sup>a</sup>    | 10.80                  | 2.37                   |
|           | -5.08              | 0.83                 | 8.99                   | 2.16                   |
| TINTR     | -6.07 <sup>a</sup> | 3.07 <sup>a</sup>    | 8.80                   | 2.08                   |
|           | -5.38              | 0.65                 | 7.35                   | 1.87                   |
| TINT      | -5.88 <sup>a</sup> | 2.25                 | 13.79                  | 2.89                   |
|           | -4.62              | 1.29                 | 10.44                  | 2.33                   |
| TRM       | -5.33              | 3.11 <sup>a</sup>    | 8.22                   | 1.95                   |
|           | -4.29              | 0.53                 | 5.90                   | 1.84                   |
| SNCF      | -7.21 <sup>a</sup> | 3.50 <sup>a</sup>    | 18.32 <sup>a</sup>     | 3.68 <sup>a</sup>      |
|           | -5.34              | 2.79                 | 13.61                  | 2.88                   |
| VOINA     | -6.64 <sup>a</sup> | 9.18 <sup>a</sup>    | 18.51 <sup>a</sup>     | 3.75 <sup>a</sup>      |
|           | -5.58              | 3.11 <sup>a</sup>    | 14.44 <sup>a</sup>     | 2.90                   |
| AUTO      | -7.57 <sup>a</sup> | 1.75                 | 15.20 <sup>a</sup>     | 3.24                   |
|           | -6.75 <sup>a</sup> | 0.85                 | 11.67                  | 2.66                   |
| IVN       | -6.06 <sup>a</sup> | 2.22                 | 12.24                  | 2.78                   |
|           | -5.78              | 1.01                 | 11.42                  | 2.66                   |
| IVNF      | -5.92 <sup>a</sup> | 3.13 <sup>a</sup>    | 11.63                  | 2.61                   |
|           | -4.51              | 1.33                 | 9.66                   | 2.24                   |
| IVNET     | -7.24 <sup>a</sup> | 1.13                 | 12.73                  | 2.84                   |
|           | -6.61 <sup>a</sup> | 0.47                 | 11.54                  | 2.89                   |
| IVNE      | -5.33              | 4.11 <sup>a</sup>    | 17.17 <sup>a</sup>     | 3.63 <sup>a</sup>      |
|           | -5.57              | 1.89                 | 14.25                  | 3.03                   |
| IVND      | -4.75              | 0.70                 | 5.59                   | 1.60                   |
|           | -4.42              | 0.42                 | 5.46                   | 1.74                   |
| GAZOLE    | -6.67 <sup>a</sup> | 4.33 <sup>a</sup>    | 15.68 <sup>a</sup>     | 3.28                   |
|           | -3.81              | 1.76                 | 11.84                  | 2.85                   |
| ESSUP     | -7.94 <sup>a</sup> | 6.03 <sup>a</sup>    | 20.78 <sup>a</sup>     | 4.02 <sup>a</sup>      |
|           | -6.51 <sup>a</sup> | 1.15                 | 11.11                  | 2.33                   |
| TUEA      | -5.24              | 14.81 <sup>a</sup>   | 20.53 <sup>a</sup>     | 4.63 <sup>a</sup>      |
|           | -4.51              | 3.65 <sup>a</sup>    | 5.95                   | 1.57                   |
| TUEHA     | -7.42 <sup>a</sup> | 10.91 <sup>a</sup>   | 25.60 <sup>a</sup>     | 5.12 <sup>a</sup>      |
|           | -5.95 <sup>a</sup> | 4.12 <sup>a</sup>    | 13.28                  | 2.73                   |
| GLRP      | -6.03 <sup>a</sup> | 2.86                 | 10.51                  | 2.29                   |
|           | -5.61              | 1.22                 | 6.56                   | 1.65                   |
| HTGV      | -5.39              | 3.64 <sup>a</sup>    | 11.91                  | 2.51                   |
|           | -5.80              | 1.40                 | 9.54                   | 2.13                   |
| TGV       | -5.24              | 1.70                 | 12.83                  | 2.80                   |
|           | -4.14              | 0.97                 | 4.74                   | 1.44                   |
| AF        | -5.50              | 2.85                 | 13.78                  | 3.11                   |
|           | -4.57              | 1.69                 | 14.74 <sup>a</sup>     | 3.41                   |
| AINT      | -5.59              | 1.80                 | 12.35                  | 2.80                   |
|           | -4.77              | 0.55                 | 9.43                   | 2.30                   |
| PTI       | -4.88              | 4.07 <sup>a</sup>    | 17.86 <sup>a</sup>     | 3.89 <sup>a</sup>      |
|           | -3.62              | 1.94                 | 8.18                   | 2.80                   |
| PTINT     | -6.42 <sup>a</sup> | 1.49                 | 15.07 <sup>a</sup>     | 3.16                   |
|           | -5.50              | 0.43                 | 11.43                  | 2.58                   |
| FAAP      | -4.78              | 2.76                 | 16.74 <sup>a</sup>     | 3.65 <sup>a</sup>      |
|           | -3.93              | 1.83                 | 8.52                   | 2.06                   |
| FAAR      | -5.88 <sup>a</sup> | 5.96 <sup>a</sup>    | 23.50 <sup>a</sup>     | 4.65 <sup>a</sup>      |
|           | -5.61              | 1.97                 | 10.87                  | 2.46                   |

<sup>a</sup> Les hypothèses nulles  $H_0^i$ ,  $i=1,2,3$  sont acceptées pour un seuil de 5%. Les valeurs critiques de  $t_{is}$

(  $s = 12$  et  $T = 120$  ) ,  $\phi_{T-p-3}^{(3)}$  ,  $\phi_{T-p-s-4}^{(3)}$  et  $\phi_{T-p-s-4}^{s+4}$  ( $s = 12$  et  $T > 50$ ) sont respectivement -5.86, 2.92, 14.41 et 3.44 .

Les réponses données par les différentes statistiques informent que les tests statistiques  $t_{us}$  ,  $\phi_{T-p-3}^{(3)}$  ,  $\phi_{T-p-s-4}^{(3)}$  et  $\phi_{T-p-s-4}^{s+4}$ , révèlent une certaine sensibilité au retard maximum autorégressif choisi dans les modèles (2.3) et (2.4) : acceptation à la fois d'une saisonnalité déterministe et d'une saisonnalité stochastique, ou acceptation d'une tendance déterministe et d'une tendance stochastique ou un mélange entre les deux natures de la tendance. Puisque une décision « rapide » de la cause de la non-stationnarité pourrait avoir des répercussions sur la qualité des prévisions, nous allons proposer une comparaison de la performance prévisionnelle pour l'ensemble des 25 variables en utilisant pour chaque variable deux types de modèles selon la nature de la tendance et de la saisonnalité.

$$D_{12}X_t = c + \sum_{i=1}^{p_1} \varphi_i \Delta_{12} X_{t-i} + e_t \tag{M1}$$

$$X_t = \sum_{i=1}^{12} \mu_i D_{i,t} + \sum_{i=1}^{p_2} \varphi_i X_{t-i} + e_t \tag{M2}$$

$$DD_{12}X_t = c + \sum_{i=1}^{p_3} \varphi_i D \Delta_{12} X_{t-i} + e_t \tag{M3}$$

$$X_t = xt + \sum_{i=1}^{12} \mu_i D_{i,t} + \sum_{i=1}^{p_4} \varphi_i X_{t-i} + e_t \tag{M4}$$

Les ordres optimaux associés aux  $p_i$ ,  $i=1,2,3,4$  sont identifiés à l'aide des critères automatiques qui seront l'objectif de la section suivante.

### SELECTION AUTOMATIQUE DES MODELES AR OPTIMAUX

Dans cette section, on suppose que la variable  $X_t$  est stationnaire et générée par un processus AR. L'identification de l'ordre  $p$  du modèle permet une connaissance de la longueur de la dynamique dans le processus et par suite il aurait un impact sur les prévisions. Plusieurs critères d'identification automatique de l'ordre AR ont été proposés : Akaike (1969) a proposé le critère FPE (Final Predictor Error) qui est un compromis entre les erreurs de prévision du modèle et le nombre de ses paramètres. Ce critère a été suivi par un autre critère

intitulé AIC (Akaike's Information Criterion)<sup>10</sup>. Pour une série d'une grande taille, les critères FPE et AIC sont asymptotiquement identiques mais en général le critère AIC surestime l'ordre  $p$  avec une probabilité positive. Pour surmonter ce problème, Akaike (1979) a proposé le critère BIC (Bayesian Information Criterion) comme une extension du critère AIC<sup>11</sup>. Un autre critère connu, similaire au critère BIC, est le critère S de Schwarz (1978). Neftci (1982) montre que le critère BIC tend à sous-estimer l'ordre du modèle AR. Hannan et Quinn (1979) ont proposé un critère fortement consistant intitulé HQ. Ces différents critères sont basés sur la maximisation de la fonction log-vraisemblance afin d'obtenir un critère d'entropie c'est-à-dire une mesure de la quantité d'information dans une série (Bresson & Pirotte 1995). Beaucoup de travaux ont traité ces critères mentionnés ci-dessus<sup>12</sup>. Enfin Koreisha et Pukkila (1990) ont montré que la performance des critères dans l'identification du modèle VAR dépend du nombre des séries dans le vecteur. Les statistiques associées à ces critères sont :

$$FPE(p) = \left(1 + \frac{p+1}{N}\right) \left(1 - \frac{p+1}{N}\right)^{-1} \hat{s}^2(p)$$

$$AIC(p) = \text{Log}(\hat{s}^2(p)) + \frac{2(p+1)}{N}$$

$$BIC(p) = \text{Log}(\hat{s}^2(p)) + \frac{(p+1)\text{Log}(N)}{N}$$

$$HQ(p) = \text{Log}(\hat{s}^2(p)) + \frac{(p+1)\text{Log}(\text{Log}(N))}{N}$$

$p = 0, 1, \dots, 24$ ,  $N$  est le nombre des observations disponibles dans le calcul de la variance des erreurs estimées,  $\hat{\sigma}^2(p)$  est la variance estimée des erreurs pour un modèle AR( $p$ ). Les différentes statistiques pour les quatre critères et pour chacune des 25 variables sont présentées dans le Tableau 3.

<sup>10</sup> voir Akaike (1974), Shibata (1976)

<sup>11</sup> Voir Schwarz (1978), Rissanen et Caines (1979).

<sup>12</sup> Lütkepohl (1985 ; 1993) pour une étude comparative, Mourad et Keller (1987) pour une étude du pouvoir de discrimination de ces critères .

**TABLEAU 3**

**Ordres Optimaux de Différents Modèles  $M_i$ ,  $i=1,2,3,4$**

| Variables | FPE               |                | AIC               |                | BIC               |                | HQ                |                |
|-----------|-------------------|----------------|-------------------|----------------|-------------------|----------------|-------------------|----------------|
|           | Types des modèles |                | Types des modèles |                | Types des modèles |                | Types des modèles |                |
|           | $M_1$<br>$M_3$    | $M_2$<br>$M_4$ | $M_1$<br>$M_3$    | $M_2$<br>$M_4$ | $M_1$<br>$M_3$    | $M_2$<br>$M_4$ | $M_1$<br>$M_3$    | $M_2$<br>$M_4$ |
| RFVN      | 12                | 3              | 12                | 3              | 3                 | 3              | 12                | 3              |
|           | 2                 | 3              | 2                 | 3              | 2                 | 3              | 14                | 3              |
|           | (72.4)            | (50.1)         | (13.5)            | (13.2)         | (13.6)            | (13.6)         | (13.9)            | (13.1)         |
|           | (77.2)            | (50.7)         | (13.5)            | (13.2)         | (13.6)            | (13.6)         | (13.4)            | (13.1)         |
| TINTR     | 13                | 3              | 13                | 3              | 3                 | 3              | 13                | 3              |
|           | 14                | 3              | 14                | 3              | 2                 | 3              | 14                | 3              |
|           | (44.3)            | (31.5)         | (12.9)            | (12.7)         | (13.1)            | (13.1)         | (13.8)            | (12.6)         |
|           | (46.3)            | (32.0)         | (13.0)            | (12.7)         | (13.7)            | (13.1)         | (12.9)            | (12.6)         |
| TINT      | 13                | 3              | 13                | 3              | 3                 | 3              | 13                | 3              |
|           | 13                | 3              | 13                | 3              | 2                 | 3              | 13                | 3              |
|           | (6.4)             | (4.0)          | (11.0)            | (10.6)         | (11.2)            | (11.0)         | (10.9)            | (10.6)         |
|           | (6.8)             | (4.0)          | (11.1)            | (10.6)         | (11.2)            | (11.1)         | (11.0)            | (10.6)         |
| TRM       | 12                | 3              | 12                | 3              | 3                 | 3              | 12                | 3              |
|           | 14                | 3              | 14                | 3              | 2                 | 3              | 14                | 3              |
|           | (46.4)            | (34.9)         | (13.0)            | (12.8)         | (13.2)            | (13.2)         | (12.9)            | (12.7)         |
|           | (48.9)            | (35.1)         | (13.0)            | (12.8)         | (13.2)            | (13.2)         | (12.9)            | (12.7)         |
| SNCF      | 1                 | 3              | 1                 | 3              | 1                 | 1              | 1                 | 3              |
|           | 4                 | 1              | 4                 | 1              | 2                 | 1              | 4                 | 1              |
|           | (9.8)             | (6.3)          | (11.4)            | (11.1)         | (11.5)            | (11.5)         | (11.4)            | (11.0)         |
|           | (11.5)            | (6.1)          | (11.6)            | (11.2)         | (11.7)            | (11.4)         | (11.5)            | (11.0)         |
| VOINA     | 1                 | 2              | 1                 | 2              | 1                 | 2              | 14                | 2              |
|           | 13                | 2              | 13                | 2              | 2                 | 1              | 13                | 2              |
|           | (1.2)             | (0.7)          | (9.3)             | (8.9)          | (9.4)             | (9.3)          | (9.2)             | (8.9)          |
|           | (1.2)             | (0.7)          | (9.3)             | (8.9)          | (9.6)             | (9.3)          | (9.3)             | (8.8)          |
| AUTO      | 2                 | 2              | 2                 | 2              | 2                 | 2              | 2                 | 2              |
|           | 2                 | 2              | 2                 | 2              | 1                 | 2              | 2                 | 2              |
|           | (6.5)             | (4.7)          | (6.4)             | (6.2)          | (6.5)             | (6.6)          | (6.4)             | (6.1)          |
|           | (7.0)             | (4.8)          | (6.5)             | (6.2)          | (6.5)             | (6.6)          | (6.4)             | (6.2)          |
| IVN       | 4                 | 3              | 4                 | 3              | 1                 | 3              | 4                 | 4              |
|           | 3                 | 4              | 3                 | 4              | 3                 | 3              | 13                | 4              |
|           | (7.0)             | (4.9)          | (6.5)             | (6.3)          | (6.6)             | (6.6)          | (6.5)             | (6.2)          |
|           | (7.4)             | (5.1)          | (6.5)             | (6.3)          | (6.6)             | (6.7)          | (6.5)             | (6.2)          |
| IVNF      | 4                 | 3              | 4                 | 3              | 1                 | 3              | 14                | 3              |
|           | 13                | 3              | 13                | 3              | 3                 | 3              | 13                | 3              |
|           | (2.8)             | (2.0)          | (5.6)             | (5.3)          | (5.7)             | (5.7)          | (5.5)             | (5.3)          |
|           | (2.9)             | (2.0)          | (5.6)             | (5.4)          | (5.7)             | (5.8)          | (5.5)             | (5.3)          |
| IVNET     | 1                 | 4              | 1                 | 4              | 1                 | 2              | 1                 | 4              |
|           | 4                 | 4              | 4                 | 4              | 4                 | 2              | 4                 | 4              |
|           | (1.3)             | (0.9)          | (4.8)             | (4.6)          | (4.9)             | (5.0)          | (4.8)             | (4.5)          |
|           | (1.4)             | (1.0)          | (4.9)             | (4.6)          | (5.0)             | (5.0)          | (4.8)             | (4.5)          |
| IVNE      | 4                 | 4              | 4                 | 4              | 1                 | 4              | 4                 | 4              |
|           | 3                 | 4              | 3                 | 4              | 3                 | 3              | 3                 | 4              |
|           | (4.2)             | (3.0)          | (6.0)             | (5.8)          | (6.1)             | (6.2)          | (5.9)             | (5.7)          |
|           | (4.4)             | (2.9)          | (6.0)             | (5.7)          | (6.1)             | (6.2)          | (6.0)             | (5.7)          |
| IVND      | 14                | 12             | 14                | 12             | 1                 | 3              | 14                | 12             |
|           | 13                | 3              | 13                | 3              | 2                 | 3              | 13                | 12             |
|           | (0.7)             | (0.6)          | (4.1)             | (4.1)          | (4.2)             | (4.5)          | (4.0)             | (4.0)          |
|           | (0.7)             | (0.6)          | (4.1)             | (4.1)          | (4.3)             | (4.5)          | (4.0)             | (4.0)          |

|               |                              |                            |                            |                          |                            |                          |                            |                          |
|---------------|------------------------------|----------------------------|----------------------------|--------------------------|----------------------------|--------------------------|----------------------------|--------------------------|
| <b>GAZOLE</b> | 3<br>3<br>(43.3)<br>(47.2)   | 4<br>4<br>(36.0)<br>(33.5) | 3<br>3<br>(8.3)<br>(8.4)   | 4<br>4<br>(8.3)<br>(8.2) | 3<br>3<br>(8.4)<br>(8.5)   | 4<br>4<br>(8.6)<br>(8.6) | 3<br>3<br>(8.3)<br>(8.4)   | 4<br>4<br>(8.2)<br>(8.1) |
| <b>ESSUP</b>  | 4<br>3<br>(49.0)<br>(51.1)   | 4<br>4<br>(33.2)<br>(33.0) | 4<br>3<br>(8.4)<br>(8.5)   | 4<br>4<br>(8.2)<br>(8.2) | 3<br>3<br>(8.5)<br>(8.6)   | 4<br>4<br>(8.6)<br>(8.6) | 4<br>14<br>(8.4)<br>(8.4)  | 4<br>4<br>(8.1)<br>(8.1) |
| <b>TUEA</b>   | 13<br>13<br>(10.9)<br>(12.0) | 4<br>1<br>(12.0)<br>(10.0) | 13<br>13<br>(6.9)<br>(7.0) | 4<br>1<br>(7.1)<br>(7.0) | 12<br>13<br>(7.3)<br>(7.4) | 2<br>1<br>(7.5)<br>(7.4) | 13<br>13<br>(6.9)<br>(6.9) | 4<br>1<br>(7.1)<br>(6.9) |
| <b>TUEHA</b>  | 14<br>13<br>(34.7)<br>(37.6) | 4<br>4<br>(21.9)<br>(21.6) | 14<br>13<br>(8.1)<br>(8.2) | 4<br>4<br>(7.7)<br>(7.7) | 2<br>2<br>(8.3)<br>(8.3)   | 2<br>1<br>(8.1)<br>(8.2) | 14<br>13<br>(8.0)<br>(8.1) | 4<br>4<br>(7.7)<br>(7.7) |
| <b>GLRP</b>   | 3<br>2<br>(6.2)<br>(6.5)     | 3<br>3<br>(3.7)<br>(3.8)   | 3<br>2<br>(6.4)<br>(6.4)   | 3<br>3<br>(5.9)<br>(6.0) | 3<br>2<br>(6.5)<br>(6.5)   | 3<br>3<br>(6.3)<br>(6.4) | 13<br>12<br>(6.3)<br>(6.4) | 3<br>3<br>(5.9)<br>(5.9) |
| <b>HTGV</b>   | 13<br>14<br>(5.9)<br>(6.2)   | 3<br>3<br>(3.6)<br>(3.6)   | 13<br>14<br>(6.3)<br>(6.3) | 3<br>3<br>(5.9)<br>(5.9) | 3<br>2<br>(6.5)<br>(6.5)   | 3<br>3<br>(6.3)<br>(6.3) | 13<br>14<br>(6.2)<br>(6.3) | 3<br>3<br>(5.9)<br>(5.9) |
| <b>TGV</b>    | 4<br>3<br>(0.5)<br>(0.5)     | 2<br>2<br>(0.4)<br>(0.4)   | 4<br>3<br>(3.8)<br>(3.8)   | 2<br>2<br>(3.6)<br>(3.6) | 2<br>1<br>(4.0)<br>(3.9)   | 2<br>2<br>(4.0)<br>(4.0) | 4<br>3<br>(3.8)<br>(3.8)   | 2<br>2<br>(3.6)<br>(3.5) |
| <b>AF</b>     | 1<br>1<br>(2.5)<br>(2.7)     | 3<br>4<br>(2.0)<br>(1.9)   | 1<br>1<br>(5.5)<br>(5.5)   | 3<br>4<br>(5.3)<br>(5.3) | 1<br>1<br>(5.5)<br>(5.6)   | 3<br>2<br>(5.7)<br>(5.7) | 7<br>1<br>(5.4)<br>(5.5)   | 3<br>4<br>(5.3)<br>(5.2) |
| <b>AINT</b>   | 2<br>3<br>(0.2)<br>(0.2)     | 2<br>1<br>(0.1)<br>(0.1)   | 2<br>3<br>(2.7)<br>(2.7)   | 2<br>1<br>(2.6)<br>(2.5) | 1<br>1<br>(2.7)<br>(2.8)   | 2<br>1<br>(2.9)<br>(2.8) | 2<br>3<br>(2.6)<br>(2.7)   | 2<br>1<br>(2.5)<br>(2.4) |
| <b>PTI</b>    | 4<br>3<br>(1.4)<br>(1.5)     | 3<br>4<br>(1.1)<br>(1.0)   | 4<br>3<br>(9.5)<br>(9.5)   | 3<br>4<br>(9.4)<br>(9.3) | 1<br>2<br>(9.6)<br>(9.6)   | 3<br>4<br>(9.8)<br>(9.7) | 4<br>3<br>(9.4)<br>(9.5)   | 3<br>4<br>(9.3)<br>(9.2) |
| <b>PTINT</b>  | 3<br>3<br>(48.4)<br>(50.6)   | 3<br>2<br>(34.9)<br>(34.4) | 3<br>3<br>(8.4)<br>(8.5)   | 3<br>2<br>(8.2)<br>(8.2) | 2<br>2<br>(8.5)<br>(8.5)   | 2<br>2<br>(8.6)<br>(8.6) | 3<br>3<br>(8.4)<br>(8.4)   | 3<br>2<br>(8.1)<br>(8.1) |
| <b>FAAP</b>   | 12<br>13<br>(0.1)<br>(0.1)   | 3<br>2<br>(0.1)<br>(0.1)   | 12<br>13<br>(2.4)<br>(2.5) | 3<br>2<br>(2.1)<br>(2.1) | 1<br>2<br>(2.6)<br>(2.6)   | 3<br>2<br>(2.6)<br>(2.5) | 12<br>13<br>(2.4)<br>(2.4) | 3<br>2<br>(2.1)<br>(2.0) |
| <b>FAAR</b>   | 5<br>4<br>(1.6)<br>(1.6)     | 5<br>1<br>(1.0)<br>(0.9)   | 5<br>4<br>(9.6)<br>(9.7)   | 5<br>1<br>(9.2)<br>(9.1) | 1<br>2<br>(9.7)<br>(9.8)   | 3<br>1<br>(9.6)<br>(9.5) | 5<br>4<br>(9.6)<br>(9.6)   | 5<br>1<br>(9.2)<br>(9.1) |

Note : L'unité utilisée pour les séries GLRP, TGV, HTGV, AF et AINT est dix millions.

Le Tableau 3 résume les statistiques obtenues des critères FPE, AIC, BIC et HQ en les appliquant à chacune des 25 variables et pour les quatre types des modèles considérés. Il y a 400 modèles optimaux en tout. Les ordres optimaux proposés par FPE, AIC et HQ sont presque les mêmes pour l'ensemble des variables. En général, le critère BIC annonce des ordres inférieurs (2 ou 3) à ceux qui sont annoncés par les autres critères, à l'exception de la variable TUEA, ce critère a annoncé l'ordre 12 (resp. 13) pour le modèle  $M_1$  (resp.  $M_3$ ). Enfin pour chaque type des modèles  $M_i$ ,  $i = 1,2,3$  et 4, on suggère que le meilleur ordre AR est celui qui a été annoncé, au moins, par trois critères. On termine cette section en signalant que pour la variable ESSUP, le modèle AR(4) (resp. AR(3)) est non accepté car la statistique Box-Pierce-Ljung  $Q(27) = 41.7$  (resp.  $Q(27) = 54.9$ ) et la valeur critique au seuil de 5 % est 40.11 pour 27 degrés de liberté. On a donc proposé pour cette variable le modèle AR(14) annoncé par le critère HQ.

**EVALUATION DE LA QUALITE DES PREVISIONS**

Comme nous l'avons mentionné dans l'introduction, l'un des objectifs de cette étude est de choisir le meilleur modèle AR qui permet une lecture de l'avenir avec un minimum d'erreurs. Cependant l'observation future au temps  $T+h$  ( $T=1993:9$  est le temps présent et  $h = 1, \dots, 6$ , est l'horizon) est une réalisation d'une variable aléatoire  $X_{T+h}$  caractérisée par une distribution conditionnelle qui tient compte du passé des observations. Sous l'hypothèse gaussienne de  $X_t$ , la prévision optimale faite à partir du temps  $T$  et pour

l'horizon  $h$ , notée  $\hat{X}_T(h)$ , est une combinaison linéaire de  $X_t$ ,  $t \leq T$ <sup>13</sup>. Dans la suite, désignons par  $\hat{x}_h$  et  $x_h$  respectivement la valeur prévue et la valeur observée. En pratique,

il est rare d'obtenir  $\hat{x}_h = x_h$  car il y aura toujours une part de la variable dépendante non expliquée par le modèle proposé. Pour permettre une évaluation de la qualité des prévisions<sup>14</sup>, on va utiliser les mesures les plus pratiquées par les analystes des prévisions, ce sont les critères RMSE (Mean Root Square Error) et MAPE (Mean Absolute Percentage Error) calculés sur la période 1993:10-1994:3):

$$\begin{aligned}
 \text{RMSE} &= \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\hat{x}_i - x_i)^2} \\
 &= \sqrt{\bar{e}^2 + \frac{n-1}{n} s^2} \\
 s^2 &= \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (e_i - \bar{e})^2 \text{ et } e_i = \hat{x}_i - x_i
 \end{aligned}$$

$$\text{MAPE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{\hat{x}_i - x_i}{x_i} \right| \times 100$$

<sup>13</sup> voir Azencott et Dacunha-Castelle (1984).

<sup>14</sup> Voir Joutz et Stekler (2000).

Des faibles valeurs de RMSE indiquent à la fois une réduction dans la moyenne et dans la variance des erreurs des prévisions. L'inconvénient du critère RMSE est dans l'absence d'une information si une rupture est arrivée dans les données. Le critère MAPE est le plus recommandé pour choisir entre deux ou plusieurs modèles proposés. Pour choisir entre les modèles  $M_i$ , on a comparé la performance des prévisions entre  $M_1$  et  $M_2$  puis entre  $M_3$  et  $M_4$ .

L'inspection du Tableau 4a révèle que le modèle  $M_1$  fournit des prévisions meilleures que celles qui sont fournies par le modèle  $M_2$  et ceci pour les variables AUTO, IVNF, GAZOLE, ESSUP, TUEA, TUEHA, GLRP, HTGV, AINT, PTI, PTINT, FAAP et FAAR. Dans le Tableau 4b, on constate que les prévisions favorisent plus le modèle  $M_3$  que le modèle  $M_4$  dans le cas des variables AUTO, IVNF, GAZOLE, ESSUP, TUEA, TUEHA, HTGV, AINT, PTI et PTINT. Dans la suite, la sélection finale du type  $M_i$  des modèles sera fondée sur les comportements des RMSE et MAPE sur quatre horizons au moins.

Le Tableau 5 résume, pour chaque variable, les informations importantes concernant le type  $M_i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$  du modèle proposé, l'ordre  $p$  de ce modèle et la validation du modèle retenu à l'aide du test de Box-Pierce-Ljung. L'inspection de cette table montre que le type  $M_2$  (modèle AR avec saisonnalité déterministe) a été proposé pour les variables RFVN, TINTR, TINT, TRM, IVNET, IVND, TGV, AF. Le modèle  $M_1$  (modèle AR avec saisonnalité stochastique) a été choisi pour les variables AUTO, GAZOLE, TUEHA, HTGV, PTI, FAAP, FAAR. Le type  $M_3$  (tendance et saisonnalité stochastiques) pour les variables IVNF, ESSUP, TUEA, AINT, PTINT. Enfin le type  $M_4$  (tendance et saisonnalité déterministes) est associé aux variables SNCF, VOINA, IVN, IVNE et GLRP.

Donc les résultats présentés dans les Tableaux 1 et 5 montrent que pour un retard  $p = 12$ , il y a une concordance entre la réponse du test  $t_{12}$  et le type  $M_2$  proposé pour les variables RFVN, TINTR, TINT et IVNET. Cependant, les statistiques de  $t_{12}$  indiquent l'acceptation d'une intégration saisonnière (pour  $p = 12$  et  $24$ ) pour les variables TRM, IVND, TGV et AF, et ces résultats ne sont pas homogènes avec le choix du type  $M_2$  pour ces variables. Nous signalons aussi que pour  $p = 24$ , les variables GAZOLE, HTGV, PTI, FAAP et FAAR incorporent une intégration saisonnière qui a été acceptée par le test  $t_{12}$ , mais une réponse contradictoire a été observée quand il s'agit des variables AUTO et TUEHA (saisonnalité déterministe mais type  $M_1$  comme modèle final). Pour  $p = 12$  et  $24$ , l'analyse des prévisions associée aux variables SNCF et VOINA confirme une cohérence entre la

réponse des tests  $\phi_{T-p-3}^{(3)}$ ,  $\phi_{T-p-s-4}^{(3)}$  et  $\phi_{T-p-s-4}^{s+4}$ , (tendance et saisonnalité déterministes) et le modèle proposé  $M_4$ . De même pour la variable IVNE mais pour  $p = 12$  seulement. Par contre, un résultat contraire a été enregistré pour les variables IVN et GLRP : la décision basée sur les tests statistiques a conduit à accepter une tendance et une saisonnalité stochastiques mais le modèle final retenu pour ces variables est du type  $M_4$ . Finalement, les variables IVNF, ESSUP (seulement pour  $p = 24$ ), AINT, PTINT et TUEA ( $p=24$ ) révèlent une réponse similaire entre les tests utilisés (tendance et saisonnalité stochastiques) et le type  $M_3$  retenu par l'analyse des prévisions.

**TABLEAU 4**  
**Comparaison de la Performance Prévisionnelle entre les Modèles  $M_i$**

| Variables | Tableau 4a : Modèles M1/M2 |     |     |     |     |     | Tableau 4b : Modèles M3/M4 |     |     |     |     |     |
|-----------|----------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|----------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|
|           | Horizons                   |     |     |     |     |     | Horizons                   |     |     |     |     |     |
|           | 1                          | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | 1                          | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   |
| RFVN      | 1.2                        | 1.3 | 2.1 | 2.3 | 2.0 | 1.9 | 0.1                        | 0.5 | 2.9 | 2.8 | 2.0 | 2.2 |
|           | 1.2                        | 1.5 | 2.1 | 2.5 | 2.1 | 1.9 | 0.1                        | 0.5 | 2.8 | 2.7 | 1.8 | 2.2 |
| TINTR     | 0.4                        | 0.7 | 2.1 | 2.3 | 2.1 | 2.0 | 0.1                        | 0.2 | 2.1 | 1.7 | 1.3 | 1.4 |
|           | 0.4                        | 0.8 | 1.8 | 2.2 | 2.0 | 1.9 | 0.0                        | 0.2 | 1.6 | 1.4 | 1.0 | 1.2 |
| TINT      | 2.5                        | 1.7 | 1.7 | 1.6 | 1.6 | 1.4 | 1.4                        | 1.5 | 1.6 | 1.5 | 1.0 | 1.3 |
|           | 2.5                        | 1.5 | 1.4 | 1.3 | 1.3 | 1.1 | 1.4                        | 1.6 | 1.6 | 1.5 | 0.9 | 1.3 |
| TRM       | 3.2                        | 2.0 | 3.0 | 4.0 | 3.1 | 2.9 | 0.2                        | 0.9 | 3.4 | 2.6 | 1.5 | 1.5 |
|           | 3.2                        | 2.0 | 2.9 | 3.9 | 3.1 | 2.9 | 0.2                        | 1.0 | 4.4 | 2.8 | 1.8 | 1.7 |
| SNCF      | 0.4                        | 0.5 | 1.0 | 1.1 | 1.1 | 1.2 | 0.2                        | 1.2 | 2.0 | 2.5 | 2.5 | 2.9 |
|           | 0.4                        | 0.5 | 1.0 | 1.2 | 1.1 | 1.3 | 0.2                        | 1.0 | 1.9 | 2.5 | 2.6 | 3.0 |
| VOINA     | 2.3                        | 1.8 | 1.7 | 1.5 | 1.3 | 1.0 | 0.4                        | 0.7 | 2.0 | 2.0 | 1.8 | 1.3 |
|           | 2.3                        | 1.5 | 1.5 | 1.2 | 1.1 | 0.9 | 0.4                        | 0.7 | 1.5 | 1.6 | 1.3 | 1.1 |
| AUTO      | 1.1                        | 1.1 | 1.0 | 1.0 | 0.9 | 0.9 | 0.8                        | 0.7 | 0.9 | 0.8 | 0.8 | 1.0 |
|           | 1.1                        | 1.0 | 0.9 | 0.7 | 0.7 | 0.7 | 0.8                        | 0.6 | 0.8 | 0.8 | 0.8 | 1.0 |
| IVN       | 0.6                        | 0.6 | 1.3 | 1.2 | 1.2 | 1.3 | 0.3                        | 0.4 | 1.1 | 1.3 | 1.6 | 1.9 |
|           | 0.6                        | 0.5 | 1.1 | 1.0 | 1.1 | 1.3 | 0.3                        | 0.4 | 0.9 | 1.2 | 1.5 | 1.8 |
| IVNF      | 0.6                        | 0.6 | 0.8 | 0.8 | 0.8 | 1.0 | 0.3                        | 0.3 | 0.5 | 0.5 | 0.5 | 1.1 |
|           | 0.6                        | 0.5 | 0.8 | 0.7 | 0.8 | 1.0 | 0.3                        | 0.3 | 0.4 | 0.4 | 0.5 | 0.8 |
| IVNET     | 2.3                        | 2.6 | 7.2 | 3.0 | 2.9 | 2.8 | 0.3                        | 1.7 | 3.9 | 2.4 | 2.6 | 2.8 |
|           | 2.3                        | 2.8 | 6.0 | 2.7 | 2.4 | 2.2 | 0.3                        | 1.6 | 3.3 | 2.4 | 2.7 | 2.9 |
| IVNE      | 0.5                        | 0.5 | 1.3 | 1.3 | 1.3 | 1.3 | 0.4                        | 0.3 | 1.2 | 1.3 | 1.5 | 1.6 |
|           | 0.5                        | 0.5 | 1.1 | 1.1 | 1.2 | 1.2 | 0.4                        | 0.3 | 0.9 | 1.1 | 1.5 | 1.7 |
| IVND      | 1.5                        | 1.5 | 1.5 | 1.3 | 1.3 | 1.6 | 6.3                        | 1.4 | 1.5 | 0.8 | 0.8 | 1.3 |
|           | 1.5                        | 1.5 | 1.5 | 1.2 | 1.3 | 1.5 | 6.3                        | 1.7 | 1.8 | 0.9 | 0.9 | 1.2 |
| GAZOLE    | 0.6                        | 0.6 | 0.6 | 0.6 | 0.6 | 0.6 | 0.8                        | 0.8 | 0.8 | 0.7 | 0.7 | 0.7 |
|           | 0.6                        | 0.7 | 0.7 | 0.5 | 0.6 | 0.5 | 0.8                        | 0.9 | 0.8 | 0.6 | 0.7 | 0.6 |
| ESSUP     | 0.4                        | 0.5 | 0.6 | 0.6 | 0.8 | 0.8 | 0.3                        | 0.3 | 0.6 | 0.5 | 0.7 | 0.7 |
|           | 0.4                        | 0.5 | 0.7 | 0.6 | 0.9 | 0.9 | 0.3                        | 0.3 | 0.6 | 0.5 | 0.8 | 0.9 |
| TUEA      | 0.6                        | 0.9 | 0.8 | 0.8 | 0.8 | 0.7 | 0.5                        | 0.9 | 0.8 | 0.8 | 0.8 | 0.8 |
|           | 0.6                        | 0.8 | 0.7 | 0.7 | 0.7 | 0.6 | 0.5                        | 0.8 | 0.7 | 0.7 | 0.8 | 0.8 |
| TUEHA     | 0.0                        | 0.0 | 0.4 | 0.4 | 0.5 | 0.5 | 0.3                        | 0.4 | 0.9 | 1.0 | 1.2 | 0.9 |
|           | 0.0                        | 0.0 | 0.3 | 0.3 | 0.5 | 0.5 | 0.3                        | 0.4 | 0.9 | 1.2 | 1.6 | 1.1 |
| GLRP      | 0.2                        | 1.4 | 1.0 | 1.1 | 1.1 | 0.9 | 2.0                        | 2.4 | 1.8 | 2.1 | 2.6 | 2.4 |
|           | 0.2                        | 1.1 | 0.9 | 1.0 | 1.1 | 0.9 | 2.0                        | 2.3 | 1.6 | 2.2 | 3.0 | 2.7 |
| HTGV      | 0.2                        | 0.7 | 0.7 | 0.7 | 0.7 | 0.7 | 0.6                        | 0.9 | 0.8 | 0.9 | 0.9 | 1.0 |
|           | 0.2                        | 0.7 | 0.7 | 0.7 | 0.6 | 0.7 | 0.6                        | 0.9 | 0.7 | 0.9 | 0.9 | 1.1 |
| TGV       | 1.3                        | 1.8 | 1.7 | 1.8 | 1.9 | 1.4 | 1.8                        | 2.1 | 2.4 | 2.3 | 2.2 | 1.5 |
|           | 1.3                        | 2.0 | 1.8 | 2.0 | 2.1 | 1.6 | 1.8                        | 2.2 | 2.4 | 2.3 | 2.2 | 1.7 |
| AF        | 1.0                        | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.1 | 1.0                        | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.1 |
|           | 1.0                        | 1.0 | 1.1 | 1.0 | 1.1 | 1.1 | 1.0                        | 0.9 | 1.1 | 1.0 | 1.1 | 1.1 |
| AINT      | 1.0                        | 0.8 | 0.8 | 0.8 | 0.8 | 0.8 | 0.9                        | 0.7 | 0.6 | 0.6 | 0.6 | 0.6 |
|           | 1.0                        | 0.7 | 0.7 | 0.6 | 0.7 | 0.7 | 0.9                        | 0.6 | 0.5 | 0.4 | 0.2 | 0.4 |
| PTI       | 0.8                        | 0.7 | 0.7 | 0.8 | 0.8 | 1.1 | 0.8                        | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 | 1.2 |
|           | 0.8                        | 0.5 | 0.6 | 0.8 | 0.9 | 1.1 | 0.8                        | 0.5 | 0.7 | 0.9 | 1.1 | 1.3 |
| PTINT     | 1.1                        | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.0                        | 0.9 | 0.8 | 0.8 | 0.8 | 0.8 |
|           | 1.1                        | 0.9 | 0.9 | 0.9 | 1.0 | 1.0 | 1.0                        | 0.8 | 0.7 | 0.7 | 0.6 | 0.7 |
| FAAP      | 0.9                        | 0.9 | 0.9 | 0.9 | 0.9 | 0.9 | 1.1                        | 1.1 | 1.1 | 1.1 | 1.1 | 1.1 |
|           | 0.9                        | 0.9 | 0.9 | 0.9 | 0.9 | 0.9 | 1.1                        | 1.1 | 1.0 | 1.1 | 1.2 | 1.1 |
| FAAR      | 1.1                        | 0.5 | 0.6 | 0.6 | 0.6 | 0.6 | 1.5                        | 1.9 | 1.5 | 1.7 | 1.7 | 1.9 |
|           | 1.1                        | 0.6 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.7 | 1.5                        | 1.9 | 1.6 | 2.0 | 1.8 | 2.1 |

Note : Pour chaque variable et pour chaque horizon, on a calculé les rapports de RMSE(h) et MAPE(h) associés aux modèles  $M_1, M_2$  et  $M_3, M_4$ .

**TABLEAU 5**

Sélection des Meilleurs Modèles AR

| Variables | Modèles<br>(M <sub>i</sub> ,M <sub>j</sub> ) <sup>a</sup> | Horizons   |            |            |            |            |            | M <sub>i</sub> | p  | df <sup>b</sup> | Q <sup>2c</sup> |
|-----------|---|------------|------------|------------|------------|------------|------------|----------------|----|-----------------|-----------------|
|           |   | 1          | 2          | 3          | 4          | 5          | 6          |                |    |                 |                 |
| RFVN      | (M <sub>2</sub> ,M <sub>4</sub> )                         | 0.7<br>0.7 | 0.7<br>0.8 | 0.9<br>1.1 | 0.8<br>0.8 | 0.7<br>0.7 | 0.7<br>0.8 | M <sub>2</sub> | 3  | 30              | 27.0            |
| TINTR     | (M <sub>2</sub> ,M <sub>4</sub> )                         | 0.7<br>0.7 | 0.7<br>0.6 | 0.9<br>0.9 | 0.8<br>0.8 | 0.7<br>0.7 | 0.7<br>0.8 | M <sub>2</sub> | 3  | 30              | 35.6            |
| TINT      | (M <sub>2</sub> ,M <sub>4</sub> )                         | 0.7<br>0.7 | 1.0<br>1.1 | 0.9<br>0.9 | 1.0<br>1.0 | 0.7<br>0.7 | 0.8<br>0.9 | M <sub>2</sub> | 3  | 30              | 19.2            |
| TRM       | (M <sub>2</sub> ,M <sub>4</sub> )                         | 0.4<br>0.4 | 0.9<br>1.1 | 1.1<br>1.8 | 0.7<br>0.9 | 0.6<br>0.7 | 0.6<br>0.8 | M <sub>2</sub> | 3  | 30              | 26.1            |
| SNCF      | (M <sub>2</sub> ,M <sub>4</sub> )                         | 1.1<br>1.1 | 1.2<br>1.2 | 1.1<br>1.1 | 1.2<br>1.2 | 1.3<br>1.3 | 1.2<br>1.2 | M <sub>4</sub> | 1  | 30              | 32.0            |
| VOINA     | (M <sub>2</sub> ,M <sub>4</sub> )                         | 1.3<br>1.3 | 1.4<br>1.4 | 1.4<br>1.4 | 1.5<br>1.6 | 1.6<br>1.7 | 1.5<br>1.6 | M <sub>4</sub> | 2  | 30              | 17.6            |
| AUTO      | (M <sub>1</sub> ,M <sub>3</sub> )                         | 1.2<br>1.2 | 1.3<br>1.5 | 1.0<br>1.0 | 0.9<br>0.8 | 0.9<br>0.6 | 0.7<br>0.6 | M <sub>1</sub> | 2  | 27              | 28.4            |
| IVN       | (M <sub>2</sub> ,M <sub>4</sub> )                         | 1.1<br>1.1 | 1.2<br>1.2 | 1.2<br>1.2 | 1.2<br>1.2 | 1.2<br>1.2 | 1.2<br>1.2 | M <sub>4</sub> | 4  | 30              | 18.0            |
| IVNF      | (M <sub>1</sub> ,M <sub>3</sub> )                         | 1.8<br>1.8 | 1.9<br>2.1 | 1.8<br>1.9 | 1.9<br>2.2 | 1.8<br>2.0 | 1.0<br>1.4 | M <sub>3</sub> | 13 | 27              | 19.0            |
| IVNET     | (M <sub>2</sub> ,M <sub>4</sub> )                         | 0.9<br>0.9 | 0.9<br>1.0 | 0.9<br>0.9 | 0.9<br>0.9 | 0.9<br>0.9 | 0.9<br>0.9 | M <sub>2</sub> | 4  | 30              | 21.4            |
| IVNE      | (M <sub>2</sub> ,M <sub>4</sub> )                         | 1.1<br>1.1 | 1.1<br>1.1 | 1.1<br>1.1 | 1.1<br>1.2 | 1.2<br>1.2 | 1.2<br>1.3 | M <sub>4</sub> | 4  | 30              | 16.7            |
| IVND      | (M <sub>2</sub> ,M <sub>4</sub> )                         | 3.6<br>3.6 | 0.8<br>1.0 | 0.9<br>1.0 | 0.5<br>0.6 | 0.5<br>0.5 | 0.7<br>0.6 | M <sub>2</sub> | 12 | 30              | 24.0            |
| GAZOLE    | (M <sub>1</sub> ,M <sub>3</sub> )                         | 0.8<br>0.8 | 0.8<br>0.9 | 0.8<br>0.9 | 0.8<br>0.9 | 0.8<br>0.9 | 0.8<br>0.9 | M <sub>1</sub> | 3  | 27              | 22.7            |
| ESSUP     | (M <sub>1</sub> ,M <sub>3</sub> )                         | 1.4<br>1.4 | 1.4<br>1.2 | 1.3<br>1.2 | 1.2<br>1.1 | 1.3<br>1.2 | 1.2<br>1.0 | M <sub>3</sub> | 14 | 27              | 27.4            |
| TUEA      | (M <sub>1</sub> ,M <sub>3</sub> )                         | 1.1<br>1.1 | 1.1<br>1.1 | 1.1<br>1.1 | 1.1<br>1.1 | 1.1<br>1.1 | 1.1<br>1.0 | M <sub>3</sub> | 13 | 27              | 24.6            |
| TUEHA     | (M <sub>1</sub> ,M <sub>3</sub> )                         | 0.2<br>0.2 | 0.1<br>0.1 | 0.6<br>0.4 | 0.5<br>0.4 | 0.6<br>0.5 | 0.8<br>0.7 | M <sub>1</sub> | 14 | 27              | 15.9            |
| GLRP      | (M <sub>1</sub> ,M <sub>4</sub> )                         | 0.2<br>0.2 | 1.3<br>1.1 | 1.1<br>0.9 | 1.1<br>1.0 | 1.2<br>1.3 | 1.0<br>1.0 | M <sub>4</sub> | 3  | 30              | 37.3            |
| HTGV      | (M <sub>1</sub> ,M <sub>3</sub> )                         | 0.2<br>0.2 | 0.9<br>0.8 | 0.9<br>0.9 | 0.8<br>0.8 | 0.8<br>0.7 | 0.8<br>0.7 | M <sub>1</sub> | 13 | 27              | 21.7            |
| TGV       | (M <sub>2</sub> ,M <sub>4</sub> )                         | 1.2<br>1.2 | 1.0<br>0.9 | 1.2<br>1.1 | 1.0<br>0.9 | 0.9<br>0.8 | 0.8<br>0.7 | M <sub>2</sub> | 2  | 30              | 33.1            |
| AF        | (M <sub>2</sub> ,M <sub>4</sub> )                         | 0.9<br>0.9 | 0.9<br>0.9 | 0.9<br>0.9 | 1.0<br>1.0 | 1.1<br>1.1 | 1.1<br>1.1 | M <sub>2</sub> | 3  | 30              | 32.7            |
| AINT      | (M <sub>1</sub> ,M <sub>3</sub> )                         | 1.1<br>1.1 | 1.1<br>1.1 | 1.1<br>1.2 | 1.1<br>1.3 | 1.1<br>1.4 | 1.1<br>1.2 | M <sub>3</sub> | 3  | 27              | 32.9            |
| PTI       | (M <sub>1</sub> ,M <sub>3</sub> )                         | 1.0<br>1.0 | 1.0<br>1.0 | 1.0<br>0.9 | 0.9<br>0.9 | 0.9<br>0.9 | 0.9<br>0.9 | M <sub>1</sub> | 4  | 27              | 34.4            |
| PTINT     | (M <sub>1</sub> ,M <sub>3</sub> )                         | 1.0<br>1.0 | 1.1<br>1.1 | 1.1<br>1.1 | 1.1<br>1.0 | 1.1<br>1.1 | 1.0<br>1.0 | M <sub>3</sub> | 3  | 27              | 28.2            |
| FAAP      | (M <sub>1</sub> ,M <sub>4</sub> )                         | 1.0<br>1.0 | 1.0<br>1.0 | 1.0<br>1.0 | 1.0<br>1.0 | 1.0<br>1.0 | 1.0<br>1.0 | M <sub>1</sub> | 12 | 27              | 17.3            |
| FAAR      | (M <sub>1</sub> ,M <sub>4</sub> )                         | 0.6<br>0.6 | 0.7<br>0.7 | 0.7<br>0.7 | 0.8<br>0.9 | 0.8<br>0.8 | 0.8<br>0.9 | M <sub>1</sub> | 5  | 27              | 29.7            |

<sup>a</sup> Pour chaque variable et pour chaque horizon, on a calculé les rapports de RMSE(h) et MAPE(h) associés aux modèles candidats (M<sub>i</sub>, M<sub>j</sub>). <sup>b</sup> df signifie degré de liberté (degree of freedom). <sup>c</sup> test de Box-Pierce-Ljung ; les valeurs critiques sont 40.11 et 43.77 pour 27 et 30 degrés de liberté.

CONCLUSION

En utilisant des données réelles, la recherche effectuée dans ce papier a révélé que les tests statistiques, servis pour détecter la nature de la non-stationnarité, reflètent une certaine sensibilité aux retards autorégressifs choisis dans la procédure DHF. Ces résultats confirment les commentaires de Osborn *et al.* (1988) et les travaux de Tavera (1991). Ce comportement instable dans la réponse des tests peut conduire à de mauvaises prévisions qui deviennent incohérentes avec la nature de la non-stationnarité de la série en question. Cependant dans le cas où les filtres  $(1-B^{12})$  et  $(1-B) \times (1-B^{12})$  sont acceptés simultanément, on ne peut pas directement conclure la nature de la non-stationnarité car il est possible que l'utilisation du filtre multiplicatif produise une sur-différenciation dans la série en question (c'est le cas des variables GAZOLE, HTGV et PTI). On ajoute qu'à l'intérieur de chaque secteur de transport en France, chaque série possède sa propre structure.

Les modèles AR finaux retenus pour les différentes séries ont révélé de faibles valeurs pour RMSE et MAPE et par suite ces modèles peuvent être utilisés pour effectuer des prévisions à court terme (période de 6 mois). Donc une détérioration dans la qualité des prévisions peut se produire si on conclut rapidement la nature de la non-stationnarité en se basant sur les comportements des tests qui se montrent sensibles aux retards autoregressifs  $p$ , notamment si une série incorpore un mélange hétérogène de tendance et de saisonnalité (tendance déterministe et stochastique, saisonnalité déterministe et stochastique). Dans une telle situation, la série analysée serait constituée de deux ou plusieurs parties et sur chacune de ces parties, une certaine tendance et saisonnalité pourraient être enregistrées. Pour ce type de séries, il serait plus réaliste de considérer la procédure DHF d'une manière évolutive c'est-à-dire les statistiques de DHF seraient calculées sur des sous-échantillons de tailles différentes de la série concernée. On n'a pas appliqué cette démarche sur ces variables car elle conduira aux calculs lourds et le papier sera chargé d'une vingtaine de tableaux supplémentaires. Dans le cas où une variable binaire d'intervention est introduite dans le modèle pour tenir compte d'une baisse ou d'une augmentation dans le niveau de la série étudiée, il serait utile d'envisager les statistiques appropriées de la procédure DHF (voir Perron, 1997 ; Indjehagopian *et al.*, 2000). On ajoute que les quatre types de modèles proposés  $M_i$ ,  $i=1,2,3,4$ , ne sont pas les seuls car il est possible d'avoir d'autres types de modèles et d'étudier leur qualité de prévisions.

Finalement, les critères automatiques FPE, AIC, et HQ ont fourni des résultats similaires concernant l'ordre AR de chaque modèle ; par contre le critère BIC a eu une tendance à révéler des ordres inférieurs à ceux qui ont été proposés par les autres critères. Les modèles AR retenus ont des ordres inférieurs ou égaux à 4 à l'exception des sept variables dont les modèles correspondants ont des ordres entre 12 et 14.

## RÉFÉRENCES

- Akaike, H. 1969. Fitting autoregression for prediction . *Annals of Statistical Mathematics*, (21): 243-247.
- Akaike, H. 1974. A new look at the statistical model identification . *IEEE Transaction on Automatic Control*, (19): 716-723.
- Akaike, H. 1979. A bayesian extension of the minimum AIC procedure of autoregressive model fitting. *Biometrika*, (66): 237-242.

- Azencott, R., Dacunha-Castelle, D. 1984. *Séries d'observations irrégulières-modélisation et prévision*. Masson, Paris.
- Box, G., Jenkins, G. 1970. *Time series analysis*. Holden Day, U.S.A.
- Bresson, G., Pirotte, A. 1995. *Econométrie des séries temporelles-théorie et applications*. Presses Universitaires de France, Paris.
- Cressie, N. 1988. A graphical procedure for determining nonstationarity in time series. *Journal of the American Statistical Association*, 83(404): 1108-1116.
- Dickey, D.A., Fuller, W.A. 1979. Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root. *Journal of the American Statistical Association*, 74(366): 427-431.
- Dickey, D.A., Fuller, W.A. 1981. The likelihood ratio statistics for autoregressive time series with a unit root. *Econometrica*, 49(4): 1057-1072.
- Dickey, D.A., Hasza, D.P., Fuller, W.A. 1984. Testing for unit root in seasonal time series. *Journal of the American Statistical Association*, 79(386): 355-367.
- Dickey, D.A., Bell, R.B., Fuller, W.A. 1986. Unit roots in time series models: tests and implications. *The American Statistician*, 40(1): 12-26.
- Dickey, D.A. 1993. Seasonal unit roots in aggregate U.S. data. *The Journal of Econometrics*, (55): 329-331.
- Franses, P.H. 1991. Seasonality, non-stationarity and forecasting of monthly time series. *International Journal of Forecasting*, (7):199-208.
- Franses, P.H., Romijn, G. 1993. Periodic integration in quarterly UK macroeconomic variables. *International Journal of Forecasting*, (9): 467-476.
- Ghysels, E., Lee, H.S., Noh, J. 1994. Testing for unit roots in seasonal time series. *Journal of Econometrics*, (62): 415-442.
- Hannan, E.J., Quinn, B.J. 1979. The determination of the order of an Autoregression. *Journal of the Royal Statistical Society*, B, 41(2): 190-195.
- Hasza, D.P., Fuller, W.A. 1982. Testing for nonstationarity parameters specifications in seasonal time series models. *The Annals of Statistics*, 10(4): 1209-1216.
- Hylleberg, S., Engle, R.F., Granger, C.W.J., Yoo, B.S. 1990. Seasonal integration and cointegration. *Journal of Econometrics*, (44): 215-238.
- Indjehagopian, J.P., Lantz, F., Simon, V. 2000. Dynamics of heating oil market prices in Europe. *Energy Economics*, (22): 225-252.
- Joutz, F., Stekler, H.O. 2000. An evaluation of the predictions of the federal reserve. *International Journal of Forecasting*, (16): 17-38.
- Kendall, S.M., Ord, J.K. 1990. *Time Series*. John Wiley and Sons Inc., New-York, Toronto.
- Koreisha, S.G., Pukilla, T. 1990. Determining the order of a vector autoregressive when the number of component series is large. *Journal of Time Series Analysis*, 14(1): 47-69.
- Lütkepohl, H. 1985. Comparison of criteria for estimating the order of a vector autoregressive process. *Journal of Time Series Analysis*, (6): 36-52.
- Lütkepohl, H. 1993. *Introduction to multiple time series analysis*. Second edition, Berlin: Springer Verlag.
- Mourad, M., Keller, A. 1987. Automatic selection procedures of ARIMA models: a comparison of alternative criteria. *First International Conference on Industrial and Applied Mathematics*, Paris-France, June 29-July 3.
- Neftci, S.N. 1982. Specification of economic time series model using Akaike's Criterion. *Journal of the American Statistical Association*, 77(379): 537-540.
- Nelson, C.R., Plosser, C.I. 1982. Trends and random walks in macroeconomic time series: some evidence and implications. *Journal of Monetary Economics*, (10): 139-162.

- Osborn, D.R., Chui, A.P.L., Smith, J.P., Birchenhall, C.R. 1988. Seasonality and the order of integration for consumption. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, (50): 361-377.
- Osborn, D.R. 1990. A survey of seasonality in UK macroeconomic variables. *International Journal of Forecasting*, (6): 327-336.
- Perron, P. 1997. Further evidence on breaking trend functions in macroeconomic variables. *Journal of Econometrics*, 80: 355-385.
- Phillips, P.C.B. 1987. Time series with unit root. *Econometrica*, (55): 277-301.
- Pierse, R.G., Snell, A.J. 1995. Temporal aggregation and the power of tests for a unit root. *Journal of Econometrics*, (65): 333-345.
- Rissanen, J., Caines, P. 1979. The strong consistency of maximum likelihood estimators for ARMA processes. *Annals of Statistics*, (7): 297-315.
- Schmidt, P., Phillips, P.C.B. 1992. LM tests for a unit root in the presence of deterministic trends. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 52(3): 257-277.
- Schwarz, G. 1978. Estimating the dimension of a model. *Annals of Statistics*, (6): 461-464.
- Shibata, R. 1976. Selection of the order of an autoregressive model by Akaike's information criterion. *Biometrika*, (63): 117-126.
- Tavéra, C. 1991. Tests de racine unité et stationnarisation des séries non stationnaires : présentation générale et application au cas des séries agricoles. *Economie et Prévision*, (99) : 67-80.